13

IN VI. EUCLIDIS LIBROS
GEOMETRIÆ PLANÆ

NECNON

XI. & XII. SOLIDORUM

EXERCITATIO ACADEMICA

QUAM AUSPICE

S. THOMA AQUINATE

PUBLICE EXHIBET

F. THOMAS BASSUS

In Neapolitano Ord. Prædic. ejusdem S.Thomæ Collegio Geometriæ, & Linguarum Orientalium Auditor.

ADSIDENTE

F. PETRO MARIA MASDEA.



NEAPOLI MDCCLXXVI.

TYPIS RAPHAELIS LANCIANI

AUCTORITATE PUBLICA.

PLATO POLIT. 7.

Ὡς οἷόν τ' ἄρα μάλιστα προστακτέον ὅπως οἱ ἐν τῇ καλλίστῃ Πόλει, μηδενὶ τρόπῳ Γεωμετρίας ἀφέξονται. καὶ γὰρ τὰ πάρεργα αὐτῆς οὐ σμικρά.

BOETHIUS ARITMET. l. 1. c. 1.

Geometria si careat Veritatis Inquisitor, verum invenire non poterit, ac sine hac quidem speculatione Veritatis nulli recte sapiendum est.

PRÆFATIO



I in hac, quam hodierna die, pro anniverſaria inſtituti noſtri ratione, paramus Goemetrica exercitatione, Mathematicas diſciplinas verbis commendare, earumque, & maximam, quam præſeferunt dignitatem, & uſum præſentiſſimum, quo vel ſingulis hominibus, vel Reipublicæ univerſæ, non modo terra, marique: ſed domi etiam, ac foris; ſive etiam belli,

ſive pacis artibus magnopere proſunt , a prima rei origine ad noſtram usque ætatem , repetere , & amplificare vellemus ; actum agere , hoc præſertim tempore in tanto earumdem ſtudio , ac pretio , totque ea de re editis monumentis , contra vetus proverbium videremur ; reprehenſionemque veſtram , Viri doctiſſimi , non injuria subiremus , tamquam qui ligna in ſilvam , ſive γλαῦκας εἰς Ἀθήνας importare conaremur . Et ſane ſi nulla nobis , quæ id perſuaderet , præſto eſſet ratio , vel obvia ipsa , quæ ſponte ſua cuique ſe offert , graviſſimorum virorum ab antiquiſſimis usque temporibus ad hæc noſtra ſecula deducta ſerie , agendi ſcribendique ratio atque ſtudium abunde teſtaretur , quamplurima eaque maxima hiſce diſciplinis ineſſe commoda: tanti enim hujusmodi inſignium virorum apud omnes valere debet auctoritas , ut etiam ſine ratione ipsa per ſe ſuadere oporteat : cum nullo pacto ſit veriſimile , tot , tantosque viros maxima ſapientiæ laude præſtantes (iidem enim ſemper & acutiſſimi Philoſophi & ſummi item Geometræ extiterunt) nullis , aut levibus adductos rationibus , tanta animorum contentione , tantoque ſtudio ac labore , ſed magnis potius , & innumeris perſpectis & cognitis earumdem utilitatibus , ad eas excolendas diſciplinas ſe totos tradidiſſe . Quarum utilitatum non minima eſt ea , quæ a directione humanæ mentis , ob ſibi inſitam perſpicuitatem , certitudinem , ac per ſe veluti fluentem propoſitionum nexum atque ordinem , commodiſſime repetitur . Nam qui hanc certitudinem , & evidentiam labefactare moliti ſunt , aut contradicendi ſtudio , vitiligandive prurigine , aut ex imperitia , vel invidia (1) , quia ſcilicet

(1) Id nominatim de Epicureis quoad diſciplinas

tel hujusce disciplinæ ornamentis expertes, id profecto fecisse censendi sunt. Sextus certe Empiricus, qui omnibus liberalibus disciplinis præclaro illo suo opere bellum indixit, non alia de causa in Mathematicas calamum strinxisse putandus est, quam ostentandæ eruditionis gratia, dum quantum ingenio posset, experiri vult. Et tamen ea quæ vir doctissimus contra Geometricas hypotheses, punctum, lineam, superficiem, & corpus objecit (2), ejusmodi sunt, ut vel a quovis, qui primis ejus scientiæ rudimentis imbutus sit, facillimo negotio dilui possint. Acutissimi autem proxime superioris ætatis viri (3) aliqua fortasse a nobis ratio habita esset, si ejus ingenium nobis non esset exploratum, aut nisi levissima ratione abuteretur, dum Pyrrhonistarum causæ hac etiam in re obsecundat, eorumque opinioni suam symbolam adjicit. Quid enim Mathematicarum facultatum certitudini officiet, nonnullorum, qui eas profitentur, dissensio in quibusdam theorematis, quæ nimium a primis conceptionibus distant, ac res Physicas plerumque contingunt; cum innumeris in aliis mirum concentum exhibeant? Num quia investigari illud non potest, quod ob mentis humanæ imbecillitatem occultum est, negari id poterit quod apertum est atque perspicuum? Sed quo me imprudentem atque invitum abduxit oratio? Animus erat,

Viri

---

nas universe testatur Sextus Empiricus ipso statim initio operis *τῦ κατά* Μαθηματικὺς his verbis: *οἱ μὲν περί τον* Επίκȣρον . . . . *ὥς τινες εἰκάζȣσι, τȣ͂το προκάλυμμα τῆς ἑαυτων ἀπαιδευσίας εἶναι νομίζοντες. ἐν πολλοῖς γάρ ἀμαθής* Επίκȣρος *ἐλέγχεται. . . . τάχα δέ καὶ διὰ τὴν πρὸς τὺς περί* Πλάτωνα *ϗ* Αριστοτέλη, *ϗ τὺς ὁμοίȣς δυσμένειαν πολυμαθεῖς γεγονότας.*

(2) Lib. III contra Geometras.

(3) P. Bayle in Dict. Ar. Zenon Epicurien.

Viri ornatissimi, dumtaxat vos parare ad Geometricarum propositionum numerum, & seriem, quæ in hujus generis exercitationibus recenseri primum omnium solent; quem quidem indicem pro nostro, quem quotannis usurpamus, more, vestrum sub aspectum en hic vobis proponimus.

CAPUT I.

De Geometriæ planæ elementis. Et primo.

DE QUANTITATUM PROPORTIONE.

PARS I.

De Æquemultiplicibus.

DEFINITIONES.

I. Quantitatis.
II. Quantitatum Homogenearum.
III. Quantitatum Heterogenearum.
IV. Partis Aliquotæ.
V. Partis Aliquantæ.
VI. Partis communis.
VII. Partium similium.
VIII. Multiplicis.
IX. Multiplicis communis.
X. Æquemultiplicium.

Propositiones ex V. libro Eucl.

I. Si fuerint quotcumque magnitudines magnitudinum totidem, Singulæ Singularum æquemultiplices; quotuplex est una unius, totuplices erunt & omnium simul sumtarum, omnes simul sumtæ.

II. Si prima secundæ fuerit tam multiplex, quam tertia quartæ; & quinta insuper secundæ tam multiplex, quam sexta quartæ: erit prima simul & quarta tam multiplex secundæ, quam est quartæ tertia simul & sexta.

III. Si prima secundæ fuerit tam multiplex, quam tertia quartæ, æquemultiplices primæ & tertiæ erunt etiam æquemultiplices secundæ & quartæ.

V. Si tota totius tam multiplex sit, quam ablata ablatæ; erit reliqua reliquæ tam multiplex quam tota totius.

VI. Si duæ magnitudines æquemultiplices fuerint magnitudinum duarum, & harum præterea æquemultiplices quoque sint duæ ex iis ablatæ; erunt, & reliquæ vel iisdem æquales, vel earundem æquemultiplices.

PARS II.

De Proportione.

DEFINITIONES.

I. Rationis.
II. Rationis Æqualitatis.
III. Rationis Inæqualitatis majoris.
IV. Rationis Inæqualitatis minoris.
V. Rationum Similium.
VI. Exponentis Rationum.
VII. Rationis Compositæ.
VIII. Rationum multiplicatarum.
IX. Rationum Submultiplicatarum.
X. Proportionis.
XI. Proportionis Continuæ.
XII. Proportionis Discretæ.
XIII. Quantitatum Proportionalium.
XIV. Quantitatum Homologarum.

Propositiones ex lib. V. Euclidis.

IV. Si prima ad secundam eamdem habuerit rationem, quam tertia ad quartam: æquemultiplices primæ, & tertiæ ad æquemultiplices secundæ & quartæ, eandem quoque rationem habebunt.

XV. Partes cum suis æquemultiplicibus comparatæ, eamdem cum iis servant rationem.

XI. Rationes quæ eidem sunt æ-

quales inter se sunt æquales.

VII. Æquales ad eamdem, eamdem habent rationem; & eadem ad æquales.

IX. Quæ ad eamdem, eamdem habent rationem, inter se sunt æquales: & ad quas eadem eamdem rationem habet, etiam inter se sunt æquales.

XII. Si fuerint quotcumque magnitudines proportionales; erit ut una antecedentium ad unam consequentium, ita & omnes antecedentes ad omnes consequentes.

XIV. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint; prima, & secunda erunt, vel una æquales, vel una majores, vel una minores tertia, & quarta.

XVI. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint; & permutando, dividendo, & componendo etiam proportionales erunt.

XIX. Si fuerit, ut tota ad totam, ita ablata ad ablatam; erit & reliqua ad reliquam, ut tota ad totam.

XX. Si tres magnitudines fuerint vel in ordinata, vel in perturbata ratione cum aliis totidem; primæ ipsarum erunt vel una æquales, vel una majores, vel una minores ultimis earumdem.

XXII. Si tres magnitudines fuerint, sive in ordinata, sive in perturbata ratione cum aliis tribus magnitudinibus; primæ ipsarum ad ultimas ex æquali in eadem ratione erunt.

XXIV. Si prima ad secundam habuerit eamdem rationem, quam tertia ad quartam: fuerit autem, ut quinta ad secundam; ita sexta ad quartam; erit composita ex prima, & quinta ad secundam, ut composita ex tertia & sexta ad quartam.

XXV. Si quatuor magnitudines proportionales fuerint; maxima & minima simul reliquis duabus majores erunt.

His omnibus, tres alias propositiones non abs re putavimus subnectendas.

I. In quotcumque magnitudinum serie prima ad ultimam est in ratione composita ex rationibus primæ ad secundam, secundæ ad tertiam, & sic porro ad ipsam ultimam usque.

II. In magnitudinum continue proportionalium serie prima tertiæ duplicatam, quartæ triplicatam, &c. rationem habet ejus, quam habet prima ad secundam. Et vicissim prima secundæ subduplicatam habet rationem ejus, quæ est inter primam, & tertiam; & sic deinceps.

III. Rationes æqualium æquemultiplicatæ, aut submultiplicatæ sunt æquales.

P A R S III.

De Rationibus diversis.

DEFINITIONES.

I. Rationum Inæqualium.
II. Rationis Majoris.
III. Rationis Minoris.

Propositiones ex V. lib. Eucl.

VIII. Inæqualium magnitudinum major ad eamdem majorem habet rationem: eademque ad minorem.

X. Ad eamdem magnitudinem rationum habentium, quæ majorem rationem habet, illa major est: ad quam vero eadem majorem rationem habet, illa est minor.

XIII. Si prima habuerit ad secundam eamdem rationem, quam tertia ad quartam: tertia autem ad quartam habuerit rationem majorem quam quinta ad sextam; & prima ad secundam majorem quoque rationem habebit, quam quinta ad sextam.

CA-

CAPUT II.

DE LINEIS RECTIS.

PARS I.

De Rectis sibi mutuo occurrentibus.

DEFINITIONES.

I. Puncti.
II. Lineæ.
III. Extremorum linæ.
IV. Linæ rectæ.
V. Rectarum angulum constituentium.
VI. Perpendicularis angulum rectum efficientis.
VII. Obliquæ efficientis angulum acutum, vel obtusum.

Propositiones ex I. lib. Euclid.

II. Ad datum punctum datæ rectæ lineæ, æqualem rectam lineam ponere.

III. Datis duabus rectis lineis inæqualibus, de majore minori partem æqualem abscindere.

VII. Ad eamdem rectam lineam duabus eisdem rectis lineis non constituentur aliæ duæ rectæ lineæ æquales, altera alteri, ad aliud, atque aliud punctum, ad eamdem partem, eosdem, quos primæ rectæ lineæ, terminos habentes.

XI. Ex puncto in recta linea dato perpendicularem excitare.

XII. Super rectam infinitam ex puncto, quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam demittere.

XIII. Recta linea insistens super aliam rectam lineam, efficit angulos hinc inde existentes, vel rectos, vel duobus rectis æquales.

XIV. Si e puncto unius rectæ lineæ ducantur ad partes oppositas duæ aliæ rectæ lineæ, quæ constituant cum illa angulos hinc & inde existentes duobus rectis æquales, in directum erunt duæ illæ rectæ lineæ.

XV. Si duæ rectæ lineæ se mutuo secent, anguli, quos ad verticem faciunt, inter se sunt æquales.

XXIII. Ad datam rectam lineam, atque ad datum in ea punctum, angulum dato angulo rectilineo æqualem constituere.

PARS II.

De Æquædistantibus.

DEFINITIO PARALLELARUM.

Propositiones ex lib. I. Euclid.

XXVII. Si in duas rectas lineas in eodem plano jacentes tertia incidat recta linea, & efficiat vel angulos alternos æquales, vel angulum exteriorem æqualem interiori & opposito ad eamdem partem, vel duos angulos interiores ad eamdem partem positos duobus rectis æquales; parallelæ erunt duæ illæ rectæ lineæ.

XXIX. Si in duas rectas lineas parallelas tertia incidat recta linea: hæc efficiet, & angulos alternos æquales; & angulum exteriorem æqualem interiori & opposito ad eamdem partem, & duos angulos interiores ad eamdem partem positos duobus rectis æquales.

XXX. Quæ eidem sunt parallelæ inter se sunt parallelæ.

XXXI. Per datum punctum datæ rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere.

XXXIII. Quæ æquales, & parallelas ad easdem partes conjungunt rectas lineas, sunt etiam æquales, & parallelæ.

PARS III.

De Sectione, & Proportione Rectarum.

Propositiones ex lib. I. & VI. Euclid.

X. Lib. I. datam rectam lineam terminatam bifariam dividere.

IX. Lib. VI. A data recta linea optatam partem abscindere.

X. Datam rectam lineam secare in partes proportionales partibus, in quas secta est alia data recta linea.

XI. Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem invenire.

XII. Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem invenire.

XIII. Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem invenire.

CAPUT I.

DE TRIANGULIS.

PARS I.

De Triangulorum seorsum spectatorum Proprietatibus.

DEFINITIONES.

I. Superficiei.
II. Extremorum superficiei.
III. Superficiei planæ.
IV. Figuræ.
V. Figuræ rectilineæ.
VI. Trianguli.
VII. Trianguli æquilateri, isoscelis, & scaleni.
VIII. Trianguli rectanguli, obtusanguli, & acutanguli.
IX. Altitudinis trianguli, & generatim omnis figuræ.

Propositiones ex I. & VI. lib. Euclid.

I. Lib. I. In data recta linea terminata triangula, æquilaterum, isosceles, vel scalenum describere.

V. Isoscelium triangulorum anguli ad basim inter se sunt æquales, & productis æqualibus lateribus, anguli infra basim etiam inter se æquales erunt.

VI. Si trianguli duo anguli æquales fuerint, & latera eos angulos subtendentia pariter æqualia erunt.

XVI. Omnis trianguli, uno latere producto; exterior angulus est major utrolibet interiore & opposito.

XVII. Omnis trianguli duo anguli simul duobus rectis minores sunt, quomodocumque sumti.

XVIII. Omnis trianguli majus latus majorem angulum subtendit.

XIX. Omnis trianguli major angulus majus latus subtendit.

XX. In omni triangulo, duo latera simul majora sunt reliquo, quomodocumque sumta.

XXI. Si ex terminis unius lateris trianguli ducantur intra triangulum, duæ rectæ lineæ; eæ simul minores erunt duobus aliis lateribus trianguli, angulum vero majorem continebunt.

XXII. Ex tribus rectis lineis, quæ tribus aliis datis sint æquales, triangulum constituere, oportet autem, ut ex tribus datis duæ simul reliqua majores sint, quomodocumque sumtæ.

XXXII. Cujuscumque trianguli, uno latere producto, angulus exterior est æqualis duobus interioribus, & oppositis simul sumtis; & anguli omnes simul duobus rectis sunt æquales.

XLVII. In triangulis rectangulis quadratum hypothenusæ æquale est quadratis laterum simul sumtis.

XLVIII. Si quadratum ex uno latere trianguli æquale sit quadratis; quæ ex aliis duobus lateribus fiunt, an-

angulus sub his lateribus contentus, rectus erit.

XII. Lib. II. In triangulis obtusangulis, quadratum; quod fit ex latere obtusum angulum subtendente, majus est quadratis, quæ fiunt ex lateribus obtusum angulum continentibus, rectangulo bis contento sub uno dictorum laterum, & portione, quam prope angulum obtusum adjungit ei perpendicularis ex opposito angulo demissa.

XIII. In triangulis acutangulis quadratum, quod fit ex latere acutum angulum subtendente, minus est quadratis, quæ fiunt ex lateribus acutum angulum continentibus, rectangulo bis coutento sub uno dictorum laterum, & portione, quam prope angulum acutum abscindit ex eo perpendicularis ex opposito angulo demissa.

X. Lib. IV. Equicrure triangulum constituere, cujus uterque angulorum ad basim duplus sit anguli verticalis.

II. Lib. VI. Si uni laterum trianguli parallela recta linea ducatur, ea secabit alia duo latera proportionaliter; & vicissim si secet proportionaliter duo latera trianguli, ea tertio lateri parallela erit.

III. Recta, quæ secat angulum verticalem alicujus trianguli bifariam, secabit basim in ratione laterum; & vicissim recta, quæ secat basim alicujus trianguli in ratione laterum, secabit angulum verticalem bifariam.

VIII. Si in triangulo rectangulo ex angulo recto ad basim perpendicularis demittatur; hæc dividet triangulum in duo alia triangula, quæ tum toti, tum inter se similia erunt.

XXXI. In triangulis rectangulis figura quævis, a latere hypochenusæ descripta, æqualis erit figuris, quæ illi similes, & similiter positæ, describuntur a lateribus rectum angulum continentibus.

PARS II.

De triangulorum invicem comparatorum proprietatibus.

DEFINITIONES.

I. Triangulorum, & generatim figurarum rectarum similium.

II. Triangulorum, & generatim figurarum rectarum reciprocarum.

Propositiones ex lib. I. & VI. Euclid.

VI. Lib. I. Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, alterum alteri, & angulos sub iis lateribus contentos æquales; habebunt & basim basi æqualem, erit triangulum æquale triangulo, & erunt reliqui anguli reliquis angulis æquales, alter alteri, quibus æqualia latera subtenduntur.

VIII. Si duo triangula habeant duo latera duobus lateribus æqualia, alterum alteri, & basim basi æqualem; & angulos sub æqualibus lateribus contentos pariter æquales habebunt.

XXIV. Si duo triangula habeant duo latera duobus lateribus æqualia, alterum alteri, & angulum sub iis lateribus contentum angulo majorem; & basin basi majorem pariter habebunt.

XXV. Si duo triangula habeant duo latera duobus lateribus æqualia, alterum alteri, & basim basi majorem: habebunt & angulum, sub iis lateribus contentum, angulo quoque maiorem.

XXVI. Si duo triangula habeant duos angulos duobus angulis æquales, alterum alteri, & unum latus uni lateri æquale, sive quod æqualibus adjacet angulis, sive quod uni æqua-

æqualium angulorum opponitur; omnia alia etiam æqualia habebunt.

XXXVII. Triangula five in eadem, five in æqualibus bafibus, & in iifdem parallelis conftituta inter fe funt æqualia.

XXXIX. Triangula æqualia, five in eadem bafi, five in æqualibus bafibus in directum jacentibus, & ad eamdem partem conftituta, funt etiam in iifdem parallelis.

I. Lib. VI. Triangula, eamdem altitudinem habentia inter fe funt ut bafes.

IV. Triangula æquiangula habent latera circum æquales angulos proportionalia; & homologa funt latera illa qua æquales angulos fubtendunt.

V. Triangula, quæ latera habent proportionalia, erunt etiam æquiangula; & æquales habebunt eos angulos, quos homologa latera fubtendunt.

VII. Triangula, quæ unum angulum uni angulo æqualem habent, latera vero circa alios angulos proportionalia, & reliquos angulos ejufdem fpeciei inter fe, hoc eft, vel utrumque acutum, vel utrumque obtufum; erunt etiam æquiangula, & æquales habebunt angulos illos, circa quos funt latera proportionalia.

XV. Triangula, quæ æqualia funt, & habent unum angulum uni angulo æqualem, habent quoque latera circum æquales angulos reciproce proportionalia; & viciffim triangula, quæ circum æquales angulos latera habent reciproce proportionalia; funt etiam æquiangula inter fe.

XIX. Triangula fimilia funt inter fe in ratione duplicatâ laterum homologorum.

XXXII. Si duo triangula habeant duo latera duobus lateribus proportionalia, & compofita ad eumdem angulum, habeant quoque latera homologa parallela; reliqua eorum latera in directum erunt.

CAPUT IV.

DE PARALLELOGRAMMIS.

PARS I.

De Parallelogrammorum abfolute Spectatorum affectionibus.

DEFINITIONES.

I. Parallelogrammi.
II. Quadrati.
III. Rectanguli.
IV. Rhombi.
V. Rhomboidis.

Propofitiones ex I. & II. lib. Euclid.

XXXIV. Lib. I. Parallelogrammorum fpatiorum latera, quæ ex adverfo funt, inter fe funt æqualia; fimiliter autem & anguli, diagonalis vero ea bifariam dividit.

XLI. Si parallelogrammum & triangulum habeant eamdem bafim, & fint in iifdem parallelis conftituta erit parallelogrammum duplum trianguli.

XLII. Dato triangulo æquale parallelogrammum conftituere in dato angulo rectilineo.

XLIII. Parallelogrammorum fpatiorum, eorum, quæ circa diametrum funt, complementa, inter fe funt æqualia.

XLIV. Ad datam rectam lineam, dato triangulo, æquale parallelogrammum conftituere in dato angulo.

XLV. Dato rectilineo æquale paral-

rallelogrammum constituere in dato angulo.

XLVI. In data recta linea terminata quadratum constituere.

XIV. Lib. II. Dato rectilineo æquale quadratum constituere.

P A R S II.

De Rectangulorum, & Quadratorum inter se comparatorum affectionibus.

Propositiones ex lib. II. Euclid.

I. Si fuerint duæ rectæ lineæ, una quidem secta in quotcumque partes, altera vero insecta, rectangulum, quod fit ex tota & insecta, æquale erit rectangulis, quæ fiunt ex partibus totius, & eadem insecta.

II. Si recta linea secta fuerit utcumque, quadratum, quod fit a tota, æquale erit rectangulis, quæ fiunt ex tota, & partibus.

III. Si recta linea secta fuerit utcumque, rectangulum ex tota, & parte una æquale erit rectangulo sub partibus, una cum quadrato quod fit ex parte prædicta.

IV. Si recta linea secetur utcumque quadratum, quod fit a tota; æquale erit quadratis partium, una cum rectangulo, bis sub partibus contento.

V. Si recta linea secetur bifariam, & non bifariam, erit rectangulum ex partibus inæqualibus, una cum quadrato portionis, quæ inter utramque sectionem interiicitur, æquale eo, quod a dimidia describitur quadrato.

VI. Si recta linea secetur bifariam, eique alia in directum adjiciatur; erit rectangulum, quod fit ex tota, & adjecta, velut ex unica linea, in ipsam adjectam, una cum quadrato dimidiæ, æquale quadrato, quod fit ex dimidia, & adjecta, similiter tamquam ex unica linea.

VII. Si recta linea secetur utcumque, quadrata, quæ fiunt ex tota, & parte una, æqualia erunt rectangulo bis contento sub tota, & dicta parte, una cum quadrato partis alterius.

VIII. Si recta linea secetur utcumque, quadratum, quod fit ex tota, & parte una, velut ex unica linea, æquale erit rectangulo quater contento sub tota, & dicta parte, una cum quadrato partis alterius.

IX. Si recta linea secetur bifariam, & non bifariam, quadrata partium inæqualium dupla erunt quadratorum, quæ fiunt ex dimidia, & portione inter utramque sectionem interjecta.

X. Si recta linea secetur bifariam, eique alia in directum adjiciatur; quadrata duo, unum ex tota, & adjecta, velut ex unica linea, alterum ex ipsa adjecta, dupla erunt quadratorum, quæ fiunt ex dimidia, & ea quæ componitur ex dimidia, & adjecta.

XI. Datam rectam lineam subinde dividere, ut rectangulum, quod fit ex tota, & parte una, æquale sit quadrato partis alterius.

P A R S III.

De Parallelogrammorum inter se comparatorum affectionibus.

Propositiones ex I. & VI. lib. Euclid.

XXXV. Lib. I. Parallelogramma in eisdem, vel inæqualibus basibus, & in

& in iifdem parallelis conftituta inter fe funt æqualia.

I. Lib.VI. Parallelogramma eamdem altitudinem habentia, inter fe funt ut bafes.

XIV. Parallelogramma, quæ æqualia funt, & habent unum angulum uni angulo æqualem, habent quoque latera circum æquales angulos reciproce proportionalia. Et viciffim parallelogramma, quæ circum æquales angulos latera habent reciproce, proportionalia, funt etiam inter fe æqualia.

XVI. Si fint quatuor rectæ lineæ proportionales; erit rectangulum ex mediis æquale rectangulo ex extremis. Et viciffim, fi rectangulum ex mediis æquale fit rectangulo ex extremis, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

XVII. Si fint tres rectæ lineæ proportionales; erit rectangulum ex extremis æquale quadrato, quod defcribitur a media. Et viciffim, fi rectangulum ex extremis, æquale fit quadrato, a media defcripto; tres rectæ lineæ proportionales erunt.

XXIII. Parallelogramma æquiangula habent inter fe rationem ex lateribus compofitam.

XXIV. Parallelogramma quæ funt circa diametrum alterius, tum toti, cum inter fe fimilia funt.

XXEI. Si ex parallelogrammo aliud auferatur, quod communem cum eo angulum habens, fit eidem fimile, fimiliterque pofitum; confiftet etiam cum illo circa eamdem diagonalem.

XXVII. Omnium parallelogrammorum, quæ ad eamdem rectam applicata, deficiunt parallelogrammis alicui dato fimilibus maximum eft illud, quod applicatur fuper dimidiam.

XXVIII. Ad datam recta lineam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare, deficiens parallelogrammo, quod alteri dato fit fimile. Oportet autem ut datum rectilineum non majus fit eo parallelogrammo, quod eidem dato fit fimile.

XXIX. Ad datam rectam lineam, dato rectilireo, æquale parallelogrammo applicare, quod alteri dato fit fimile.

CAPUT V.

DE POLYGONIS.

DEFINITIO POLYGONI.

Propofitiones ex Lib VI. Euclidis.

XVIII. In data recta linea, dato rectilineo, fimile fimiliterque pofitum rectilineum defcribere.

XX. Polygona fimilia dividuntur in triangula numero æqualia fimilia, & homologa totis; duplicatamque habent rationem laterum homologorum.

XXI. Quæ eadem rectilineo funt fimilia, & inter fe fimilia funt.

XXII. Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint; erunt recti, linea fimilia fimiliterque ab eis defcripta etiam proportionalia. Et viciffim fi rectilinea proportionalia funt; ipfæ rectæ lineæ etiam proportionales erunt.

XXV. Rectilineum conftituere, quod fit fimile uni dato, & æquale alteri dato.

CA-

CAPUT VI.

DE CIRCULIS.

PARS I.

De Præcipuis Circulorum affectionibus.

DEFINITIONES.

I. Circuli.
II. Centri.
III. Diametri.
IV. Semicirculi.
V. Segmenti.
VI. Rectæ circulum tangentis.
VII. Circulorum se mutuo tangentium.
VIII. Rectarum a centro circuli æquæ distantium.
IX. Anguli ad centrum.
X. Anguli ad circumferentiam.
XI. Anguli in portione circuli.
XII. Anguli portionis circuli.
XIII. Segmentorum similium.
XIV. Sectoris.

Propositiones ex Lib. III. Euclid.

I. Dati circuli centrum invenire.

II. Si in circuli circumferentia duo puncta sumantur, quæ puncta ista conjugit recta linea intra circulum cadet.

III. Si recta linea per centrum ducta aliam rectam lineam non ductam per centrum bifariam secet, secabit ad angulos rectos; & si secet ad angulos rectos, secabit bifariam.

IV. In circulo si duæ rectæ lineæ se se in centro non secent, utraque bifariam non secabitur.

VII. Si in circuli diametro capiatur punctum, aliquod, quod non sit centrum, & ex eo ducantur ad circumferentiam plures aliæ rectæ lineæ: earum omnium maxima quidem erit illa quæ transit per centrum; minima vero reliqua portio diametri; aliarum autem, quæ maximæ propinquiores sunt, majores erunt semper remotioribus; & ab illo eodem puncto nonnisi duæ rectæ lineæ æquales duci poterunt.

VIII. Si extra circulum sumatur punctum aliquod, ex quo ducantur plures rectæ lineæ, tum ad concavam, cum ad convexam circuli circumferentiam; earum utique, quæ pertingunt ad concavam maxima quidem erit illa, quæ transit per centrum, aliarum vero, quæ maximæ sunt propinquiores, majores erunt semper remotioribus; vicissim autem illarum, quæ pertingunt ad convexam, minima quidem erit illa, quæ producta transit per centrum, aliarum vero, quæ minimæ sunt propinquiores, minores erunt semper remotioribus; & ab illo eodem puncto, tum ad concavam, cum ad convexam circuli circumferentiam, nonnisi duæ rectæ lineæ æquales duci poterunt.

IX. Si e puncto, intra circulum sumto, cadant ad ejus circumferentiam plures, quam duæ rectæ lineæ æquales: assumtum punctum erit centrum circuli.

XIV. In circulo æquales rectæ lineæ, æqualiter a centro distant; & quæ æqualiter a centro distant, inter se sunt æquales.

XV. In circulo maxima linearum in ipso ductarum est diameter, seu quæ transit per centrum; aliarum autem, quæ centro sunt propinquiores, majores sunt semper remotioribus

XVI. Si ex extremitate diametri perpendicularis ad eam erigatur: hæc tota cadet extra circulum; & in locum ipsa, & circuli circumferentia

contentum nulla alia recta linea duci poterit.

XVII. Ex dato extra circulum puncto tangentem ad circulum ducere.

XVIII. Si circulum recta contingat linea; quæ centrum cum puncto contactus conjungit, perpendicularis erit ad tangentem.

XIX. Si circulum recta contingat linea, & ex puncto contactus perpendicularis ad tangentem erigatur, hæc transibit per centrum circuli.

XX. Angulus ad centrum duplus est anguli ad circumferentiam, quum super eodem arcu insistunt.

XXI. Qui in eadem portione sunt anguli, inter se sunt æquales.

XXII. Quadrilaterorum in circulo inscriptorum anguli oppositi duobus rectis sunt æquales.

XXV. Circuli portione data, invenire centrum circuli, cujus ea est portio, & circulum perficere.

XXX. Datam circuli portionem bifariam dividere.

XXVI. Angulus in semicirculo est rectus; qui vero est in portione majore, est recto minor; & qui in portione majore, est recto major.

XXXII. Si circulum recta contingat linea, & ex puncto contactus alia utcumque circulum secans ducatur; anguli sub tangente, & secante contenti, æquales erunt iis qui in alternis circuli portionibus constituuntur.

XXXIII. In data recta linea describere portionem circuli, quæ suscipiat angulum æqualem angulo dato.

XXXIY. Ex dato circulo abscindere portionem, quæ suscipiat angulum æqualem angulo dato.

XXXV. Si in circulo duæ rectæ lineæ se mutuo secent; erit rectangulum sub segmentis unius æquale rectangulo sub segmentis alterius.

XXXVI. Si extra circulum sumatur punctum aliquod, & ex eo ducantur duæ rectæ lineæ, quarum una circulum contingat altera eundem utcumque secet; rectangulum sub secante tota & portione extra circulum existente contentum, æquale erit quadrato, quod fit ex tangente.

XXXVII. Si extra circulum sumatur punctum aliquod, & ex eo ducantur duæ rectæ lineæ, quarum una circulum secet, altera incidat in eum, sitque rectangulum sub secante tota, & portione extra circulum existente contentum æquale quadrato incidentis; incidens ista tangens erit.

P A R S II.

De circulum inter se comparatorum proprietatibus.

Propositiones ex lib III. & IV. Eucl.

V. Lib. III. Circuli, qui se mutuo secant, non possunt unum idemque centrum habere.

VI. Si duo circuli sese intus contingant, non possunt unum, idemque centrum habere.

X. Circulus circulum in pluribus, quam duobus punctis non secat.

XI. Si duo circuli sese intus, vel extra contingant, recta conjungens centra ipsorum transibit per punctum contactus.

XIII. Circulus circulum in pluribus, quam uno puncto non contingit; sive intus, sive extra.

XXXIII. In eadem recta linea duæ circulorum portiones similes, & inæquales constitui non possunt.

XXIV. In eadem recta lineæ duæ circulorum portiones similes, & inæ-

inæquales constitui non possunt.

XXIV. In æqualibus rectis lineis similes circulorum portiones constitutæ, sunt etiam æquales.

XXVI. In circulis æqualibus æquales anguli æqualibus arcubus insistunt, sive ad centra, sive ad circumferentias sint positi.

XXVII. In circulis æqualibus anguli, qui sive ad centra, sive ad circumferentias positi, æqualibus arcubus insistunt, sunt etiam æquales inter se.

XXXVIII. In circulis æqualibus æquales rectæ lineæ æquales arcus abscindunt, majorem quidem æqualem majori, minorem vero minori.

XXIX. In circulis æqualibus æquales arcus, æquales rectæ lineæ subtendunt.

XXXIII. Lib. VI. In æqualibus circulis anguli, sive ad centra, sive ad circumferentias positi, eamdem habent rationem cum arcubus, quibus insistunt; similiter autem, & sectores.

P A R S III.

De Rectilineorum in circulis describendorum methodo.

D E F I N I T I O N E S.

I. Circuli figuræ rectilineæ inscripti.
II. Circuli figuræ rectilineæ circumscripti.
III. Figuræ rectilineæ circulo inscriptæ.
IV. Figuræ rectilineæ circulo circumscriptæ.

Propositiones ex IV. lib. Euclidis.

I. In dato circulo aptare rectam lineam, quæ alteri datæ sit æqualis, oportet autem, ut data recta linea non sit major diametro dati circuli.

II. In dato circulo describere triangulum æquiangulum alteri triangulo dato.

III. Circa datum circulum describere triangulum æquiangulum alteri triangnlo dato.

IV. In dato triangulo circulum describere.

V. Circa datum triangulum circulum describere.

VI. In dato circulo quadratum describere.

VIII. In dato quadrato circulum describere.

I. In dato circulo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

XII. Circa datum circulum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

XIII. In dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum describere.

XIV. Circa datum pentagonum æquilaterum, & æquiangulum circulum describere.

XV. In dato circulo hexagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

XVI. In dato circulo quindecagonum æquilaterum, & æquiangulum describere.

CAPUT VII.

DE STEREOMETRIÆ ELEMENTIS.

PARS I.

De solidorum superficiebus.

DEFINITIONES.

I. Solidi.

II. Lineæ rectæ plano ad pares angulos insistentis.

III. Plani ad planum perpendicularis.

IV. Inclinationis rectæ lineæ, aut plani ad planum.

V. Plani ad planum similiter inclinati.

VI. Planorum æquidistantium.

VII. Solidarum rectilinearum figurarum similium.

VIII. Solidi anguli rectilinei.

Propositiones ex XI. Libr. Euclid.

I. Rectæ lineæ pars una nequit esse in subjecto plano, altera extra planum.

II. Omne triangulum in uno est plano. Et duæ rectæ se mutuo secante, in eodem plano sunt.

III. Si duo plana se mutuo secant, communis eorum sectio est recta linea.

IV. Si recta duabus rectis se mutuo secantibus perpendicularis existat, etiam plano per ipsas ducto perpendicularis erit.

V. Si una recta tribus rectis ad idem punctum sit perpendicularis, tres illæ erunt in uno plano.

VI. Lineæ rectæ, quæ eidem plano sunt perpendiculares, inter se sunt parallelæ.

VII. Recta secans rectas positas in eodem plano, in uno est cum ipsis plano.

VIII. Si parallelarum una plano sit recta, etiam altera eidem plano recta erit.

IX. Rectæ quæ sunt eidem parallelæ, licet in eodem cum illa plano, etiam sunt inter se parallelæ.

X. Si duæ rectæ sint parallelæ duabus rectis, licet non sint in eodem plano, æquales angulos comprehendunt.

XI. Ad datum planum a dato extra illud puncto perpendicularem ducere.

XII. Ex dato plani puncto rectam ad datum planum erigere.

XIII. Lineæ rectæ ex eodem puncto ductæ, nequeunt ambæ ad idem planum esse perpendiculares.

XIV. Si eadem recta ad duo plana perpendicularis est, plana erunt parallela.

XV. Si duæ rectæ se mutuo tangentes sint parallelæ, etiam plana per ipsas ducta erunt parallela.

XVI. Planum secans parallela plana, in iis facit sectiones parallelas.

XVII. Parallela plana rectas linea proportionaliter secant.

XVIII. Si recta linea sit ad planum recta omnia, quæ per ipsam ducuntur plana, sunt eidem recta.

XIX. Si duo plana se secantia sint ambo recta eidem plano, erit etiam communis eorum sectio recta linea.

XX. Si angulus solidus tribus planis angulis continetur, horum duo quilibet reliquo sunt majores.

XXI. Plani anguli solidum angulum quemcumque componentes quatuor rectis sunt minores.

PARS II.

PARS II.

De Parallelepipedis, & Prismatis.

DEFINITIONES.

I. Parallepipedum est solidum sex quadrilateris ex adverso parallelis comprehensum.

II. Si sex plana ex adverso parallela sint quadrata, solidum iis comprehensum cubus erit.

III. Prisma est figura solida planis comprehensa, quorum adversa duo, sunt parallela, æqualia, & similia.

Propositiones.

I. Plana parallelepipedum continentia sunt parallelogramma, quæ ex adverso, sunt similia, & æqualia.

II. Si parallelepipedum aut quodvis prisma plano secetur adversus planis parallelo, erit ut basis ad basim, ita solidum ad solidum.

III. Planum per adversorum planorum diametros transiens parallelepipedum secat in duo prismata æqualia.

IV. Parallelepipeda quæ eamdem habent basim, & altitudinem eamdem, ac proinde existunt inter parallela plana, æqualia sunt.

V. Parallelepipeda super æqualibus basibus, & in eadem altitudine, sunt æqualia.

VI. Parallelepipeda quævis æque alta, sunt inter se ut bases.

VII. Similia parallelepipeda sunt in triplicata ratione laterum homologorum.

VIII. Si parallepipeda æqualia sunt, reciprocant bases, & altitudines; hoc est, basis est ad basim, ut reciproce altitudo ad altitudinem.

IX. Parallelepipedum ex tribus rectis proportionalibus factum æquatur parallelepipedo facto a media, & æquiangulo priori.

X. Parallelepipeda similia, similiterque a lineis proportionalibus descripta, etiam ipsa sunt proportionalia; & e converso.

XI. Si fuerint duo prismata triangularia æqualis altitudinis, quorum unum basim habeat parallelogrammum duplam baseos alterius, quæ triangula sit, prismata erunt æqualia.

LIBER XII.

PARS III.

De Piramidis, Coni, Cylindri, Sphæræque affectionibus.

DEFINITIONES.

I. Piramidis.
II. Coni.
III. Cylindri.
IV. Conorum, & Cylindrorum similium.
V. Spæræ.
VI. Magnitudinem figuræ alicui inscriptarum, aut circumscriptarum, quæ in figuram desinere dicuntur.

Propositiones.

I. Polygonorum similium circulo inscriptorum proportio est duplicata proportionis diametrorum.

II. Polygonorum similium circulo inscriptorum ambitus sunt inter se ut diametri.

III. Polygona circulo inscripta in cir-

circulum desinunt.

IV. Circulorum proportio est duplicata proportionis diametrorum.

V. Si ea, quæ duabus figuris inscribuntur, in ipsas desinant, quam proportionem inter se habent inscripta, eandem habent, & figuræ.

VI. Si duæ piramides triangulares secentur planis ad bases parallelis, quæ dividant latera proportionaliter, erunt inter se ut bases.

VII. Pyramidi triangulam habenti basim prismata in infinitum inscripta, desinunt in ipsam pyramidem.

VIII. Pyramides triangulares æque altæ eam inter se proportionem habeat, quam bases.

IX. Omnis pyramis tertia pars est prismatis habentis eandem basim, & altitudinem.

X. Similium pyramidum proportio est triplicata ejus, quam habent homologa latera.

XI. Æquales pyramides reciprocant bases, & altitudines : & quæ reciprocant, sunt æquales.

XII. Quæ de pyramidibus demonstata sunt, etiam conveniunt quibuscunque prismatis, cum hæc tripla sint pyramidum eandem basim, & altitudinem habentium.

XIII. Pyramides, & prismata, quæ conis, & cylindris in infinitum inscribuntur, in conos, & cylindros desinunt.

XIV. Omnis conus tertia pars est cylindri eandem basim, & altitudinem habentis.

XV. Conorum æque altorum proportio eadem est, quæ basium: dem accidit cylindris æquæ altis.

Eodem modo demonstrabitur, etiam prismata, & cylindros æquæ alta esse inrer se, ut bases, imo quælibet corpora cylindriformia æque alta; hoc est quæ producuntur ex quibuscunque planis in eandem altitudinem ductis, esse inter se ut bases. Eodem modo de pyramidibus & cono æque altis, & conicis quibuscumque ratiocinare licet.

XVI. Conorum similium proportio est triplicata proportionis diametrorum, quæ sunt in basibus. Idem similibus cylindris accidit.

XVII. Si cylindrus secetur plano basibus parallelo, erit pars ad partem ut axis segmentum ad segmentum axis.

XVIII. Cylindri basibus æqualibus insistentes, sunt inter se, ut altitudines idem in conis accidit.

XIX. Æquales cylindri reciprocant bases, & altitudines; & si reciprocant, æquales sunt: idem conis accidit.

XX. Cylindri hemisphærio inscripti in hemisphærium desinunt.

XXI. Sphærarum proportio est triplicata proportionis diametrorum.